

標識放流再捕データから Paulik の方法によって 生残率を推定するための簡便表

メタデータ	言語: Japanese
	出版者:
	公開日: 2025-04-24
	キーワード (Ja):
	キーワード (En):
	作成者: 北田, 修一
	メールアドレス:
	所属:
URL	https://fra.repo.nii.ac.jp/records/2014268

This work is licensed under a Creative Commons
Attribution 4.0 International License.



資料

標識放流再捕データから Paulik の方法によって
生残率を推定するための簡便表

北 田 修 一*

期間毎にとりまとめられた標識放流再捕データから漁獲死亡係数等のパラメータを推定する方法には、回帰法と最尤法とがある¹⁾。最尤法による Paulik の方法²⁾は、再捕尾数 0 の期間があっても使用できること、かつ、実験が途中で打ち切られている打ち切り標本の場合にも適用可能なこと等のために関心が持たれる。この方法でパラメータを推定する場合、まず、単位期間当りの生残率の推定値 $\hat{s}$ を求めることが必要になるが、式の形が $\hat{s}$ の高次方程式となるため、くり返し計算によって解を求めなければならない。Robson and Chapman³⁾は、数表を用いてくり返し計算なしに年令別の漁獲尾数から生残率を得る方法を提案しているが、Paulik の方法は、この方法と同様の解となることから、Paulik の方法で生残率を求めるに当っては、Robson and Chapman の数表³⁾を用いるのが簡便である。しかし、Robson and Chapman が示した数表は、解析対象期間 J が、 $3 \leq J \leq 9$ までであり、期間が 10 以上の場合については、その都度計算しなければならない。今後、標識放流の再捕が長期にわたりうること、再捕データの処理にあたってデータの縮約日数はなるべく長くしたくないこと、計算方法の簡便性等から、Robson and Chapman の数表の利用価値が高いと予想されるので、 $10 \leq J \leq 19$ についての計算値を新たに追加した。なお、Robson and Chapman の示した表には、一部印刷ミスと思われる個所があること、また、計算の際に生じる誤差のために小数点第 4 位が異なる場合がわずかではあるが生じることから、 $3 \leq J \leq 9$ についても再計算し、 $3 \leq J \leq 19$ の数表として末尾に示した。

Paulik の計算手法とその応用例は次のとおりである。

計 算 手 法

N 尾の標識放流を実施し、各々の期間 ($j=1, 2, \dots, J$) における再捕尾数 ($n_1, n_2, \dots, n_J$) が得られたとすると、標識放流試験終了時までの全期間に漁獲される確率 μ の推定値は、

$$\hat{\mu} = \frac{n}{N} \quad (1)$$

である。ここで、 $n = \sum_{j=1}^J n_j$ である。この値はとりもなおさず再捕率である。

単位期間当りの生存確率を s とすれば、

$$s = e^{-(F+M')} \quad (2)$$

また、

$$\frac{\sum_{j=1}^{J-1} j \hat{s}^j}{\sum_{j=0}^{J-1} \hat{s}^j} = \frac{T}{n} \quad (3)$$

* 日本栽培漁業協会企画調査室

である。ここで、 $T = \sum_{j=1}^J (j-1)n_j$ である。

(3) の T/n の値から、Robson and Chapman の数表によって s の推定値 $\hat{s}$ を求めれば、次式によって F の推定値を得ることができる。

$$\hat{F} = \frac{-\hat{\rho} \log \hat{s}}{1 - \hat{s}^J} \quad (4)$$

また、(2) より $\widehat{F+M'} = -\log \hat{s}$ であるから、 M' の推定値は

$$\hat{M'} = -\log \hat{s} - \hat{F} \quad (5)$$

として求めることができる。

応 用 例

再捕の 1 事例として、徳島県水産試験場⁴⁾が行った当年産ブリの標識放流試験での再捕結果を、縮約日数 a を 10 日、15 日、30 日の 3 通りとして表 1 に示した。これを図示すれば、図 1 のようである。この場合、 $a=10$ の時は、 J が 21 となるので、数表によって s の推定値を得ることはできない。

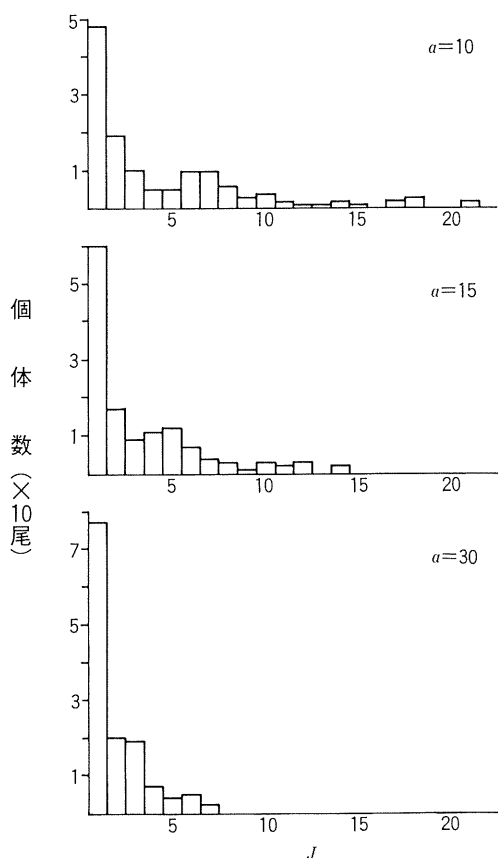


表 1 ブリの標識放流再捕データ
(徳島県⁴⁾を改変)

J	縮 約 日 数 a		
	10	15	30
1	48	60	77
2	19	17	20
3	10	9	19
4	5	11	7
5	5	12	4
6	10	7	5
7	10	4	2
8	6	3	
9	3	1	
10	4	3	
11	2	2	
12	1	3	
13	1	0	
14	2	2	
15	1		
16	0		
17	2		
18	3		
19	0		
20	0		
21	2		
計	134	134	134

注) 放流尾数 1997 尾

図 1 縮約日数の違いによる再捕状況の変化

F は漁獲死亡係数、 M' は自然死亡及びその他の原因による死亡係数である。

そこで、15 日毎に縮約されたデータの場合の計算例を示す。

(1) から、

$$\hat{\mu} = \frac{134}{1997} = 0.0671$$

$$T = 1 \cdot 17 + 2 \cdot 9 + 3 \cdot 11 + 4 \cdot 12 + 5 \cdot 7 + 6 \cdot 4 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 1 + 9 \cdot 3 + 10 \cdot 2 + 11 \cdot 3 + 12 \cdot 0 + 13 \cdot 2 = 310$$

故に、 $T/n = 310/134 = 2.3134$ となる。

付表の中の数値は、 T/n の値である。今、 $J=14$ であるから、付表の J が 14 の列を見れば、 T/n が 2.2377 のとき $\hat{s}=0.70$ 、2.3315 のとき $\hat{s}=0.71$ である。

線形補間により、 T/n が 2.3134 のときの $\hat{s}$ を求めると、 $\hat{s}=0.7081$ となる。

(4) より、

$$\hat{F} = \frac{-0.0671 \log 0.7081}{(1-0.7081^{14})} = 0.02335$$

が求まる。

(5) より、

$$\hat{M}' = -\log 0.7081 - 0.02335 = 0.32182$$

となる。これらの値は、15 日間当りの死亡係数であるので、例えば、1 日当りにするのであれば、15 で除してやれば良い。

表 2 に、 $a = 15, 30, 60$ の場合の計算結果を示した。また、データを縮約しない場合 ($a=1$) の推定値も参考のために掲げた。この表から、この事例ではデータを縮約すればする程、推定値が小さくなって行く傾向が窺える。これは、データの縮約によって情報が失われて行くためと考えられる。従って、縮約はなるべく最小限に留めることが望ましい。実用性も勘案すると、 J を 19 以下に、かつ、なるべく J を大きくするよう縮約することが良い。

表 2 縮約日数が異なる場合の推定値 (1 日当り)

a	$\hat{F}$	$\hat{M}'$	$\hat{Z}$
1*	0.00160	0.02224	0.02384
15	0.00140	0.02146	0.02286
30	0.00140	0.02093	0.02233
60	0.00128	0.01961	0.02089

* Gulland, 田中の exact-time model による

$$\hat{Z} = \hat{F} + \hat{M}'$$

稿を終えるにあたり、懇切な指導を賜った文部省統計数理研究所平野勝臣助教授に深謝の意を表する。また、原稿の校閲をしていただいた当協会常務理事須田 明博士に感謝する。東京大学農学部水産学科清水誠助教授及び東京大学海洋研究所石井丈夫助教授には入手が困難な文献をいただいた、厚くお礼申しあげる。

引用文献

- 1) 北田修一 (1985) 標識放流再捕データからパラメータを推定する方法, その理論と応用の留意点. 日裁協研究資料, No. 28: 1-20.
- 2) Paulik, G. J. (1963) Estimates of mortality rates from tag recoveries. *Biometrics*, **19**: 28-57.
- 3) Robson, D. S. and Chapman, D. G. (1961) Catch curves and mortality rates. *Trans. Am. Fish. Soc.*, **90**: 181-189.
- 4) 中村和夫 (1985) 徳島県南海域における当年産ブリの標識放流結果, 昭和 58 年度徳島県水産試験場事業報告書: 9-14.

付表 期間毎にとりまとめられた標識放流再捕データから単位期間当りの
生残率を推定するための数表 (T/n の値)

s	J							
	3	4	5	6	7	8	9	10
0.01	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101
0.02	0.0204	0.0204	0.0204	0.0204	0.0204	0.0204	0.0204	0.0204
0.03	0.0308	0.0309	0.0309	0.0309	0.0309	0.0309	0.0309	0.0309
0.04	0.0415	0.0417	0.0417	0.0417	0.0417	0.0417	0.0417	0.0417
0.05	0.0523	0.0526	0.0526	0.0526	0.0526	0.0526	0.0526	0.0526
0.06	0.0632	0.0638	0.0638	0.0638	0.0638	0.0638	0.0638	0.0638
0.07	0.0742	0.0752	0.0753	0.0753	0.0753	0.0753	0.0753	0.0753
0.08	0.0854	0.0868	0.0869	0.0870	0.0870	0.0870	0.0870	0.0870
0.09	0.0967	0.0986	0.0989	0.0989	0.0989	0.0989	0.0989	0.0989
0.10	0.1081	0.1107	0.1111	0.1111	0.1111	0.1111	0.1111	0.1111
0.11	0.1196	0.1230	0.1235	0.1236	0.1236	0.1236	0.1236	0.1236
0.12	0.1312	0.1355	0.1362	0.1363	0.1364	0.1364	0.1364	0.1364
0.13	0.1428	0.1483	0.1492	0.1494	0.1494	0.1494	0.1494	0.1494
0.14	0.1545	0.1613	0.1625	0.1627	0.1628	0.1628	0.1628	0.1628
0.15	0.1663	0.1744	0.1761	0.1764	0.1765	0.1765	0.1765	0.1765
0.16	0.1781	0.1879	0.1900	0.1904	0.1905	0.1905	0.1905	0.1905
0.17	0.1900	0.2015	0.2041	0.2047	0.2048	0.2048	0.2048	0.2048
0.18	0.2019	0.2153	0.2186	0.2193	0.2195	0.2195	0.2195	0.2195
0.19	0.2138	0.2293	0.2333	0.2343	0.2345	0.2346	0.2346	0.2346
0.20	0.2258	0.2436	0.2484	0.2496	0.2499	0.2500	0.2500	0.2500
0.21	0.2378	0.2580	0.2638	0.2653	0.2657	0.2658	0.2658	0.2658
0.22	0.2498	0.2727	0.2795	0.2814	0.2819	0.2820	0.2820	0.2820
0.23	0.2618	0.2875	0.2955	0.2978	0.2985	0.2986	0.2987	0.2987
0.24	0.2737	0.3025	0.3118	0.3146	0.3155	0.3157	0.3158	0.3158
0.25	0.2857	0.3176	0.3284	0.3319	0.3329	0.3332	0.3333	0.3333
0.26	0.2977	0.3330	0.3454	0.3495	0.3508	0.3512	0.3513	0.3513
0.27	0.3096	0.3485	0.3627	0.3675	0.3691	0.3696	0.3698	0.3698
0.28	0.3216	0.3642	0.3803	0.3860	0.3879	0.3886	0.3888	0.3889
0.29	0.3335	0.3800	0.3982	0.4049	0.4072	0.4081	0.4083	0.4084
0.30	0.3453	0.3959	0.4164	0.4242	0.4270	0.4280	0.4284	0.4285
0.31	0.3572	0.4120	0.4349	0.4439	0.4473	0.4486	0.4490	0.4492
0.32	0.3690	0.4282	0.4538	0.4641	0.4682	0.4697	0.4703	0.4705
0.33	0.3807	0.4445	0.4729	0.4848	0.4896	0.4914	0.4921	0.4924
0.34	0.3924	0.4610	0.4923	0.5059	0.5115	0.5137	0.5146	0.5149
0.35	0.4041	0.4775	0.5121	0.5274	0.5340	0.5367	0.5378	0.5382
0.36	0.4157	0.4942	0.5321	0.5494	0.5570	0.5602	0.5616	0.5621
0.37	0.4272	0.5109	0.5524	0.5719	0.5806	0.5845	0.5861	0.5868
0.38	0.4387	0.5277	0.5730	0.5948	0.6049	0.6094	0.6114	0.6123
0.39	0.4502	0.5446	0.5938	0.6182	0.6297	0.6351	0.6375	0.6385
0.40	0.4615	0.5616	0.6149	0.6420	0.6552	0.6614	0.6643	0.6656
0.41	0.4728	0.5786	0.6363	0.6663	0.6813	0.6885	0.6920	0.6936
0.42	0.4841	0.5957	0.6579	0.6910	0.7080	0.7164	0.7205	0.7224
0.43	0.4953	0.6128	0.6798	0.7162	0.7353	0.7450	0.7499	0.7522
0.44	0.5064	0.6300	0.7019	0.7419	0.7633	0.7745	0.7801	0.7830
0.45	0.5174	0.6471	0.7242	0.7679	0.7919	0.8047	0.8114	0.8148
0.46	0.5284	0.6644	0.7467	0.7945	0.8212	0.8358	0.8435	0.8476
0.47	0.5392	0.6816	0.7694	0.8214	0.8511	0.8677	0.8767	0.8815
0.48	0.5500	0.6988	0.7923	0.8488	0.8817	0.9005	0.9109	0.9166
0.49	0.5608	0.7161	0.8154	0.8766	0.9130	0.9341	0.9461	0.9528
0.50	0.5714	0.7333	0.8387	0.9048	0.9449	0.9686	0.9824	0.9902

付表 (つづき)

δ	J							
	3	4	5	6	7	8	9	10
0.51	0.5820	0.7506	0.8621	0.9333	0.9774	1.0040	1.0198	1.0289
0.52	0.5925	0.7678	0.8857	0.9623	1.0106	1.0403	1.0582	1.0689
0.53	0.6029	0.7850	0.9094	0.9917	1.0445	1.0775	1.0979	1.1101
0.54	0.6132	0.8022	0.9333	1.0214	1.0789	1.1157	1.1386	1.1528
0.55	0.6235	0.8193	0.9572	1.0514	1.1140	1.1547	1.1806	1.1968
0.56	0.6336	0.8364	0.9813	1.0818	1.1497	1.1946	1.2237	1.2423
0.57	0.6437	0.8535	1.0055	1.1125	1.1860	1.2354	1.2681	1.2892
0.58	0.6537	0.8705	1.0297	1.1435	1.2229	1.2772	1.3136	1.3377
0.59	0.6636	0.8875	1.0540	1.1748	1.2604	1.3198	1.3604	1.3877
0.60	0.6735	0.9044	1.0784	1.2064	1.2984	1.3633	1.4084	1.4392
0.61	0.6832	0.9213	1.1029	1.2382	1.3370	1.4077	1.4576	1.4923
0.62	0.6929	0.9380	1.1273	1.2703	1.3761	1.4530	1.5081	1.5469
0.63	0.7025	0.9548	1.1518	1.3025	1.4157	1.4991	1.5598	1.6032
0.64	0.7119	0.9714	1.1763	1.3350	1.4558	1.5461	1.6127	1.6611
0.65	0.7214	0.9880	1.2009	1.3677	1.4963	1.5938	1.6668	1.7207
0.66	0.7307	1.0044	1.2254	1.4006	1.5373	1.6424	1.7221	1.7818
0.67	0.7399	1.0208	1.2499	1.4336	1.5787	1.6917	1.7786	1.8446
0.68	0.7491	1.0372	1.2744	1.4667	1.6205	1.7417	1.8362	1.9090
0.69	0.7581	1.0534	1.2988	1.5000	1.6626	1.7925	1.8950	1.9751
0.70	0.7671	1.0695	1.3232	1.5333	1.7051	1.8439	1.9549	2.0426
0.71	0.7760	1.0855	1.3476	1.5668	1.7479	1.8960	2.0158	2.1118
0.72	0.7848	1.1014	1.3719	1.6002	1.7910	1.9487	2.0778	2.1825
0.73	0.7936	1.1173	1.3961	1.6338	1.8343	2.0019	2.1407	2.2546
0.74	0.8022	1.1330	1.4202	1.6674	1.8779	2.0557	2.2046	2.3283
0.75	0.8108	1.1486	1.4443	1.7009	1.9217	2.1100	2.2694	2.4033
0.76	0.8193	1.1641	1.4683	1.7345	1.9656	2.1647	2.3350	2.4796
0.77	0.8277	1.1795	1.4921	1.7680	2.0097	2.2199	2.4014	2.5572
0.78	0.8360	1.1947	1.5159	1.8015	2.0539	2.2753	2.4685	2.6361
0.79	0.8443	1.2099	1.5395	1.8350	2.0981	2.3312	2.5364	2.7161
0.80	0.8525	1.2249	1.5631	1.8683	2.1424	2.3872	2.6048	2.7971
0.81	0.8605	1.2399	1.5865	1.9016	2.1868	2.4436	2.6737	2.8791
0.82	0.8686	1.2547	1.6097	1.9348	2.2311	2.5001	2.7432	2.9621
0.83	0.8765	1.2694	1.6328	1.9678	2.2754	2.5567	2.8131	3.0458
0.84	0.8843	1.2839	1.6558	2.0008	2.3196	2.6135	2.8833	3.1302
0.85	0.8921	1.2984	1.6786	2.0335	2.3638	2.6702	2.9538	3.2153
0.86	0.8998	1.3127	1.7013	2.0662	2.4079	2.7270	3.0245	3.3009
0.87	0.9075	1.3269	1.7238	2.0986	2.4518	2.7838	3.0953	3.3869
0.88	0.9150	1.3409	1.7461	2.1309	2.4955	2.8405	3.1662	3.4733
0.89	0.9225	1.3549	1.7683	2.1629	2.5391	2.8970	3.2372	3.5599
0.90	0.9299	1.3687	1.7903	2.1948	2.5824	2.9534	3.3080	3.6466
0.91	0.9372	1.3824	1.8121	2.2264	2.6255	3.0096	3.3788	3.7333
0.92	0.9445	1.3960	1.8337	2.2578	2.6684	3.0655	3.4493	3.8200
0.93	0.9517	1.4094	1.8552	2.2890	2.7110	3.1212	3.5196	3.9065
0.94	0.9588	1.4227	1.8765	2.3200	2.7533	3.1765	3.5896	3.9928
0.95	0.9658	1.4359	1.8975	2.3506	2.7953	3.2315	3.6593	4.0787
0.96	0.9728	1.4490	1.9184	2.3811	2.8369	3.2861	3.7285	4.1642
0.97	0.9797	1.4619	1.9391	2.4112	2.8783	3.3403	3.7972	4.2491
0.98	0.9865	1.4748	1.9596	2.4411	2.9192	3.3940	3.8654	4.3334
0.99	0.9933	1.4874	1.9799	2.4707	2.9598	3.4472	3.9330	4.4171
1.00	1.0000	1.5000	2.0000	2.5000	3.0000	3.5000	4.0000	4.5000

付表 (つづき)

δ	J								
	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0.01	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101	0.0101
0.02	0.0204	0.0204	0.0204	0.0204	0.0204	0.0204	0.0204	0.0204	0.0204
0.03	0.0309	0.0309	0.0309	0.0309	0.0309	0.0309	0.0309	0.0309	0.0309
0.04	0.0417	0.0417	0.0417	0.0417	0.0417	0.0417	0.0417	0.0417	0.0417
0.05	0.0526	0.0526	0.0526	0.0526	0.0526	0.0526	0.0526	0.0526	0.0526
0.06	0.0638	0.0638	0.0638	0.0638	0.0638	0.0638	0.0638	0.0638	0.0638
0.07	0.0753	0.0753	0.0753	0.0753	0.0753	0.0753	0.0753	0.0753	0.0753
0.08	0.0870	0.0870	0.0870	0.0870	0.0870	0.0870	0.0870	0.0870	0.0870
0.09	0.0989	0.0989	0.0989	0.0989	0.0989	0.0989	0.0989	0.0989	0.0989
0.10	0.1111	0.1111	0.1111	0.1111	0.1111	0.1111	0.1111	0.1111	0.1111
0.11	0.1236	0.1236	0.1236	0.1236	0.1236	0.1236	0.1236	0.1236	0.1236
0.12	0.1364	0.1364	0.1364	0.1364	0.1364	0.1364	0.1364	0.1364	0.1364
0.13	0.1494	0.1494	0.1494	0.1494	0.1494	0.1494	0.1494	0.1494	0.1494
0.14	0.1628	0.1628	0.1628	0.1628	0.1628	0.1628	0.1628	0.1628	0.1628
0.15	0.1765	0.1765	0.1765	0.1765	0.1765	0.1765	0.1765	0.1765	0.1765
0.16	0.1905	0.1905	0.1905	0.1905	0.1905	0.1905	0.1905	0.1905	0.1905
0.17	0.2048	0.2048	0.2048	0.2048	0.2048	0.2048	0.2048	0.2048	0.2048
0.18	0.2195	0.2195	0.2195	0.2195	0.2195	0.2195	0.2195	0.2195	0.2195
0.19	0.2346	0.2346	0.2346	0.2346	0.2346	0.2346	0.2346	0.2346	0.2346
0.20	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
0.21	0.2658	0.2658	0.2658	0.2658	0.2658	0.2658	0.2658	0.2658	0.2658
0.22	0.2821	0.2821	0.2821	0.2821	0.2821	0.2821	0.2821	0.2821	0.2821
0.23	0.2987	0.2987	0.2987	0.2987	0.2987	0.2987	0.2987	0.2987	0.2987
0.24	0.3158	0.3158	0.3158	0.3158	0.3158	0.3158	0.3158	0.3158	0.3158
0.25	0.3333	0.3333	0.3333	0.3333	0.3333	0.3333	0.3333	0.3333	0.3333
0.26	0.3513	0.3513	0.3514	0.3514	0.3514	0.3514	0.3514	0.3514	0.3514
0.27	0.3699	0.3699	0.3699	0.3699	0.3699	0.3699	0.3699	0.3699	0.3699
0.28	0.3889	0.3889	0.3889	0.3889	0.3889	0.3889	0.3889	0.3889	0.3889
0.29	0.4084	0.4084	0.4084	0.4085	0.4085	0.4085	0.4085	0.4085	0.4085
0.30	0.4286	0.4286	0.4286	0.4286	0.4286	0.4286	0.4286	0.4286	0.4286
0.31	0.4492	0.4493	0.4493	0.4493	0.4493	0.4493	0.4493	0.4493	0.4493
0.32	0.4705	0.4706	0.4706	0.4706	0.4706	0.4706	0.4706	0.4706	0.4706
0.33	0.4925	0.4925	0.4925	0.4925	0.4925	0.4925	0.4925	0.4925	0.4925
0.34	0.5151	0.5151	0.5151	0.5151	0.5151	0.5152	0.5152	0.5152	0.5152
0.35	0.5384	0.5384	0.5384	0.5385	0.5385	0.5385	0.5385	0.5385	0.5385
0.36	0.5624	0.5624	0.5625	0.5625	0.5625	0.5625	0.5625	0.5625	0.5625
0.37	0.5871	0.5872	0.5873	0.5873	0.5873	0.5873	0.5873	0.5873	0.5873
0.38	0.6126	0.6128	0.6129	0.6129	0.6129	0.6129	0.6129	0.6129	0.6129
0.39	0.6390	0.6392	0.6393	0.6393	0.6393	0.6393	0.6393	0.6393	0.6393
0.40	0.6662	0.6665	0.6666	0.6666	0.6666	0.6667	0.6667	0.6667	0.6667
0.41	0.6943	0.6946	0.6948	0.6949	0.6949	0.6949	0.6949	0.6949	0.6949
0.42	0.7233	0.7238	0.7240	0.7241	0.7241	0.7241	0.7241	0.7241	0.7241
0.43	0.7534	0.7539	0.7542	0.7543	0.7543	0.7544	0.7544	0.7544	0.7544
0.44	0.7844	0.7851	0.7854	0.7856	0.7856	0.7857	0.7857	0.7857	0.7857
0.45	0.8165	0.8174	0.8178	0.8180	0.8181	0.8181	0.8182	0.8182	0.8182
0.46	0.8497	0.8508	0.8513	0.8516	0.8517	0.8518	0.8518	0.8518	0.8518
0.47	0.8841	0.8854	0.8861	0.8864	0.8866	0.8867	0.8867	0.8868	0.8868
0.48	0.9196	0.9213	0.9221	0.9226	0.9228	0.9229	0.9230	0.9230	0.9231
0.49	0.9565	0.9585	0.9596	0.9601	0.9604	0.9606	0.9607	0.9607	0.9608
0.50	0.9946	0.9971	0.9984	0.9991	0.9995	0.9998	0.9999	0.9999	1.0000

付表 (つづき)

δ	J								
	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0.51	1.0341	1.0371	1.0388	1.0397	1.0402	1.0405	1.0406	1.0407	1.0408
0.52	1.0751	1.0786	1.0807	1.0819	1.0825	1.0829	1.0831	1.0832	1.0833
0.53	1.1175	1.1218	1.1243	1.1257	1.1266	1.1270	1.1273	1.1275	1.1276
0.54	1.1614	1.1665	1.1696	1.1714	1.1725	1.1731	1.1734	1.1736	1.1738
0.55	1.2069	1.2130	1.2167	1.2190	1.2203	1.2211	1.2216	1.2218	1.2220
0.56	1.2540	1.2613	1.2658	1.2686	1.2702	1.2712	1.2718	1.2722	1.2724
0.57	1.3028	1.3115	1.3169	1.3202	1.3223	1.3236	1.3244	1.3249	1.3251
0.58	1.3534	1.3635	1.3700	1.3741	1.3767	1.3783	1.3793	1.3800	1.3803
0.59	1.4058	1.4176	1.4254	1.4303	1.4335	1.4356	1.4369	1.4377	1.4382
0.60	1.4599	1.4738	1.4830	1.4890	1.4929	1.4955	1.4971	1.4982	1.4988
0.61	1.5160	1.5322	1.5430	1.5503	1.5551	1.5582	1.5603	1.5616	1.5625
0.62	1.5740	1.5927	1.6055	1.6142	1.6200	1.6240	1.6266	1.6283	1.6294
0.63	1.6340	1.6556	1.6706	1.6809	1.6880	1.6928	1.6961	1.6983	1.6998
0.64	1.6960	1.7208	1.7384	1.7506	1.7592	1.7651	1.7692	1.7719	1.7738
0.65	1.7600	1.7885	1.8089	1.8234	1.8337	1.8409	1.8459	1.8494	1.8518
0.66	1.8261	1.8586	1.8823	1.8994	1.9117	1.9204	1.9266	1.9310	1.9341
0.67	1.8943	1.9313	1.9586	1.9787	1.9933	2.0039	2.0115	2.0170	2.0209
0.68	1.9646	2.0065	2.0380	2.0614	2.0788	2.0915	2.1008	2.1076	2.1125
0.69	2.0370	2.0844	2.1205	2.1477	2.1682	2.1835	2.1948	2.2032	2.2093
0.70	2.1114	2.1649	2.2061	2.2377	2.2618	2.2800	2.2937	2.3040	2.3117
0.71	2.1880	2.2481	2.2950	2.3315	2.3597	2.3813	2.3978	2.4104	2.4199
0.72	2.2667	2.3339	2.3872	2.4291	2.4620	2.4875	2.5073	2.5226	2.5344
0.73	2.3474	2.4224	2.4827	2.5307	2.5689	2.5990	2.6226	2.6411	2.6555
0.74	2.4302	2.5136	2.5815	2.6363	2.6804	2.7157	2.7438	2.7661	2.7837
0.75	2.5149	2.6074	2.6836	2.7460	2.7968	2.8380	2.8712	2.8979	2.9193
0.76	2.6016	2.7039	2.7891	2.8598	2.9181	2.9660	3.0051	3.0369	3.0628
0.77	2.6902	2.8029	2.8979	2.9777	3.0443	3.0997	3.1456	3.1834	3.2144
0.78	2.7805	2.9044	3.0100	3.0997	3.1755	3.2394	3.2928	3.3375	3.3747
0.79	2.8726	3.0083	3.1253	3.2258	3.3118	3.3850	3.4471	3.4996	3.5438
0.80	2.9663	3.1145	3.2437	3.3559	3.4530	3.5366	3.6084	3.6698	3.7222
0.81	3.0616	3.2230	3.3652	3.4900	3.5991	3.6942	3.7768	3.8483	3.9100
0.82	3.1583	3.3336	3.4896	3.6279	3.7502	3.8578	3.9524	4.0352	4.1075
0.83	3.2563	3.4462	3.6167	3.7695	3.9059	4.0273	4.1351	4.2305	4.3148
0.84	3.3556	3.5606	3.7465	3.9146	4.0662	4.2026	4.3248	4.4343	4.5319
0.85	3.4559	3.6767	3.8787	4.0631	4.2309	4.3834	4.5215	4.6463	4.7589
0.86	3.5573	3.7944	4.0132	4.2147	4.3998	4.5695	4.7247	4.8664	4.9955
0.87	3.6594	3.9134	4.1497	4.3692	4.5725	4.7606	4.9343	5.0944	5.2416
0.88	3.7622	4.0336	4.2881	4.5263	4.7489	4.9565	5.1499	5.3298	5.4968
0.89	3.8656	4.1549	4.4281	4.6857	4.9285	5.1567	5.3711	5.5722	5.7606
0.90	3.9694	4.2769	4.5694	4.8472	5.1109	5.3608	5.5974	5.8212	6.0325
0.91	4.0735	4.3996	4.7118	5.0104	5.2958	5.5683	5.8282	6.0759	6.3117
0.92	4.1777	4.5227	4.8550	5.1750	5.4828	5.7788	6.0630	6.3359	6.5976
0.93	4.2819	4.6460	4.9989	5.3406	5.6715	5.9916	6.3011	6.6002	6.8891
0.94	4.3860	4.7694	5.1430	5.5069	5.8613	6.2062	6.5418	6.8681	7.1852
0.95	4.4898	4.8926	5.2872	5.6736	6.0519	6.4221	6.7843	7.1386	7.4851
0.96	4.5932	5.0155	5.4312	5.8402	6.2427	6.6386	7.0281	7.4110	7.7875
0.97	4.6960	5.1378	5.5747	6.0065	6.4334	6.8553	7.2722	7.6842	8.0913
0.98	4.7981	5.2595	5.7175	6.1721	6.6235	7.0714	7.5161	7.9574	8.3954
0.99	4.8995	5.3803	5.8593	6.3367	6.8125	7.2865	7.7589	8.2296	8.6986
1.00	5.0000	5.5000	6.0000	6.5000	7.0000	7.5000	8.0000	8.5000	9.0000