打ち切り型の標識再捕データから死亡係数を推定するBASICプログラム

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 公開日: 2025-04-24 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 北田, 修一 メールアドレス: 所属:
URL	https://fra.repo.nii.ac.jp/records/2014319

栽培技研，16(2)：133-140，1987

打ち切り型の標識再捕データから死亡係数を推定するBASICプログラム

北　田　修　一*

(1987 年 9 月 2 日受理)

1 回放流の標識再捕データから漁獲係数 F 及び自然死亡係数 M を推定する手法は指数分布に理論的根拠をおいている[1]。そもそも死亡係数は時刻 t の関数であり $F(t)$, $M(t)$ であるが，短い期間では死亡係数が時間経過に関係なく一定と仮定するのである。このため実際のデータ解析においては，死亡率一定の仮定を満足させるために実験のデータを途中で打ち切ることが殆んどの場合で必要となる。この場合には北田・平野[2]の打ち切りの推定モデルが有効である[3]。この方法では先ず放流から死亡までの平均時間 θ の最尤推定値 $\hat{\theta}$ を求めるが，解を明確に (explicit) 書き表わせないため数値計算が必要である。また $\hat{\theta}$ を用いて期間毎の再捕尾数の期待度数（理論値）を計算し，実際に得られた観測度数（再捕尾数）と比較することでデータのモデルへの適合を検証するが，この作業は何回かの試行錯誤を必要とするので計算が煩雑である。このため θ の推定，期待度数の計算，F 及び M の推定を一連の作業の中で簡便に行える BASIC プログラムを作成するとともに，モデルの仮定や標識放流実験の設計のし方について若干の議論を行う。

モ　デ　ル

再捕データが図 1 のように得られたとする。放流からしばらくの間は再捕が続き，その後休漁期を経てふたたび再捕データが現われる。このようなデータはしばしば見られるものである。解析に当っては死亡率が一定と仮定できそうな期間を定める。ここでは時刻 U で観測を打ち切ってデータに指数分布をあてはめ死亡係数を推定する。

一般に平均値 θ の指数分布 ($EP(\theta)$) からのデータが時刻 U ($=x_J$) で観測を打ち切られ表 1 の形で与えられたとする。$EP(\theta)$ の密度関数は

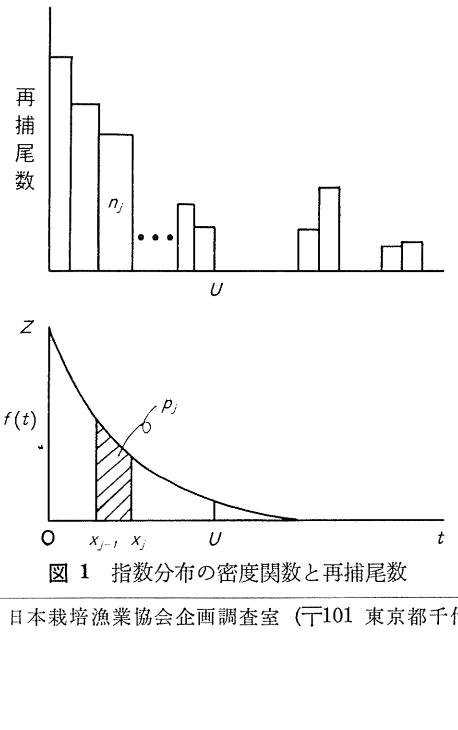

図 1　指数分布の密度関数と再捕尾数

表 1　時刻 x_J で観測を打ち切った再捕データ

期　間　幅	再捕尾数
$x_0 \sim x_1 (x_0 \leq t \leq x_1)$	n_1
$x_1 \sim x_2 (x_1 < t \leq x_2)$	n_2
⋮	⋮
$x_{J-1} \sim x_J (x_{J-1} < t \leq x_J)$	n_J
合　計	n

$x_0=0$

$$f(t)=\frac{1}{\theta}e^{-t/\theta}, \quad t \geq 0 \qquad (1)$$

であり（図 1），時刻 x_{j-1} から x_j の間に死亡する確率 P_j は図 1 の斜線部分の面積で与えられる。分布関数は

$$G(t)=(1-e^{-t/\theta})/(1-e^{-U/\theta}), \quad t \geq 0 \qquad (2)$$

であるから，P_j は

$$P_j=G(x_j)-G(x_{j-1}) \qquad (3)$$

* 日本栽培漁業協会企画調査室（〒101 東京都千代田区神田小川町 2-12　進興ビル）

として計算できる。$j=1$ で n_1, $j=2$ で n_2, ……, $j=J$ で n_J 尾が再捕される確率を多項分布

$$L(\theta)=\frac{n!}{\prod_{j=1}^{J} n_j!}\prod_{j=1}^{J} P_j^{nj} \tag{4}$$

で与える。この確率は θ の関数であり，これを最大にする θ が θ の最尤推定量である。$L(\theta)$ は尤度関数と呼ばれる。θ の最尤推定量 $\hat{\theta}$ は方程式

$$\log L(\theta)'=\sum_{j=1}^{J}\frac{n_j(x_j-x_{j-1})}{e^{(xj-xj-1)/\theta}-1}-\frac{nU}{e^{U/\theta}-1}-\sum_{j=2}^{J} n_j x_{j-1}=0 \tag{5}$$

の一意的な正の根として与えられる[4]。この解が存在する条件は

$$n_1<n \text{ かつ } \sum_{j=1}^{J} n_j(x_{j-1}+x_j)<nU \tag{6}$$

である[4]。

ここで求めた $\hat{\theta}$ から F, M が (7), (8) 式により推定される[2]。

$$\hat{F}=n/\{N\hat{\theta}(1-e^{-U/\hat{\theta}})\} \tag{7}$$

$$\hat{M}=1/\hat{\theta}-\hat{F} \tag{8}$$

ここで N は標識放流尾数である。

プログラムの使用方法と留意事項

$\log L(\theta)'$ には (6) 式の条件のもとでただ 1 つの根が存在する (図 2) ので，2 分法で $\hat{\theta}$ を求める。付表の

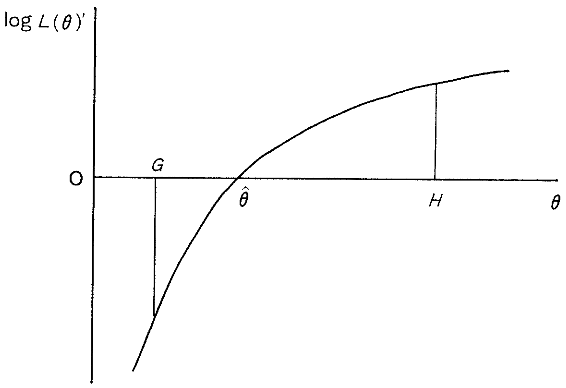

図 2 $\log L(\theta)'$ の様子と区間 (G, H)

BASIC プロブラムでは必要データの入力後，(6) 式の条件が調べられ，それが満足される場合に解が存在すると予想される区間 (G, H) を入力する。この場合 G に 0 を入力してはいけない。またあまり小さい値を入力しない方が良い。$\log L(G)'$, $\log L(H)'$ が異符号ならこの区間にただ 1 つの解が存在するので直ちに 2 分法によって $\hat{\theta}$ が計算される。収束判定は 2 分作業を 20 回くり返すことで代えているが，最終的な小区間の幅は $1/2^{20}$ になる。ここでは $\hat{\theta}$ 即ち平均生存日数を推定することが目的なので単精度で計算を行っているが，20 回のくり返し計算で 6 桁の精度は十分保障される。

$\hat{\theta}$ の推定と同時に期待度数の計算が行われ*1，画面上に観測度数とともに表示される。これを目で見て指数分布の仮定が満足されたと判断した場合は Y のキーを押して標識放流尾数を入力すると，$\hat{F}$, $\hat{M}$, $\hat{Z}$*2 の計算結果が

*1 j 番目の期間の期待度数は nP_j で計算される。
*2 $\hat{Z}=\hat{F}+\hat{M}$

表示される。これらの推定値は全て一日当りの値である。

期待度数と観測度数の一致が悪い場合はもう一度生データを適当にまとめ直してみる。この方法ではモデルの仮定を検証するために適当な日数でデータをまとめる。1 日毎のデータでは分布法則がわからないが，まとめることで指数分布としての現象を把握できる。1 尾 1 尾の再捕までの時間が $EP(\theta)$ からのランダムサンプルと考えれば，データ数が少ない場合は再捕のない日があっても自然である。この再捕のない時間をどうまとめるかによって期待度数が変ってくるので，この点を考慮してデータをまとめることも必要である。しかしどうしても一致が良くならない場合もある。この場合は死亡率一定の仮定に無理がある。

なお，(6) 式の条件が満足されない場合は最尤推定量 $\hat{\theta}$ が存在しない。この場合はデータそのものが適当ではないので，820 番のプリント文が画面に表示される。

このプログラムはデータをまとめる期間幅が等しくない場合，等しい場合のいずれにも使用できる。KULLDORFF[4] は (5) 式の特殊な場合として期間幅が等しい場合の方程式を導き，$U\hat{\theta}^{-1}$ を与える表を作成した。また，この表の値を求める BASIC プログラムも用意されている[2]。しかしこの表では $C(=\sum_{j=2}^{J}(j-1)n_j/(J-1)n)$ の値が小数点第 2 位までの表示であるので，その影響が解に及ぶ。従って (1) 式から直接解を計算する本プログラムを用いる方が望ましい。

なお，指数分布の仮定が検証されれば，データの持っている情報を捨てないという観点から 1 日毎のデータを使って推定するのが良い。従って生データがある場合は，指数分布を検証した期間毎のデータから死亡係数を推定した後，1 日毎のデータを入力して推定する*1。両者の間で推定値は多少異なるが，最終的には 1 日毎のデータによって得られた推定値を採用する。

なお，本プログラムは日本栽培漁業協会の基本機種にあわせて K-BASIC で作成したが，他の BASIC 言語との互換性に配慮した。そのためプログラムの機能は計算に必要な最小限のものとなっている。現在，水産の分野においても良く普及している N_{88}-BASIC を用いる場合はプリント文の極く軽微な修正で作動する。

標識放流実験の設計について

死亡係数推定モデルの理論的根拠となっている指数分布は工業製品などの寿命の分布の 1 つとして過去から用いられており，生物学の分野でもこれを応用した。指数分布では死亡するまでの時間を 1 尾 1 尾異っている確率変数として扱っている。即ち魚は 1 尾 1 尾独立に行動するという仮定[5] である。これに対し，PAULIK[5] は魚類では群行動が一般的であるため，ランダムに選ばれた N 個の部品の寿命と N 尾の標識放流魚の生残を同じとみることには問題があると述べている。また PAULIK[5] は指数モデルの仮定として，constant な漁獲強度で漁業が continuous に行われており，漁具が漁場に uniformly に配置されている状態を C.C.U. fishery と呼んだ。そして漁業が C.C.U. であれば，良く言われる「標識魚が漁場にランダムに散らばっている」ということは必ずしも必要ではないとしている。これは漁具が uniformly に配置されるということでランダムサンプリングを仮定しようという考え方である。しかし PAULIK 自身，漁業が C.C.U. であっても放流場所が 1 つの場合は群行動のしやすさが増大すると述べ注意を喚起している。

ところで，時刻 t における標識放流群の生残尾数 $N(t)$ は確率過程 (Pure death process) の実現値とみることができる[5]。即ちこの確率過程で $N(t)$ の期待値は Ne^{-zt} であることから，指数モデルは $N(t)$ を近似するものであると言える。しかし実際には $N(t)$ を知ることはできないのでこの確率過程は unobservable である[5]。

ここでは $N(t)$ の変動係数を計算することで指数モデルの有効性を検討してみる。

$N(t)$ の変動係数 ε*2 は

$$\varepsilon = N^{-1/2}(e^{zt}-1)^{1/2} \tag{9}$$

である。$N\to\infty$ のとき $\varepsilon\to 0$ であるので放流尾数 N が大きくなれば $N(t)$ の変動は無視できるであろう。ε の値は Z が大きいほど，また t が大きいほど大きくなる (図 3)。マダイの Z は年齢組成のデータから年当り 1 前後と推定されているので，$Z=0.003$ の場合に t が 50～300 のときの ε の範囲をスクリーントーンで示した。

*1 この場合は期間幅が 1 日となる。

*2 $\varepsilon=\sqrt{\mathrm{Var}[N(t)]}/E[N(t)]=\sqrt{N_0e^{-zt}(1-e^{-zt})}/N_0e^{-zt}$

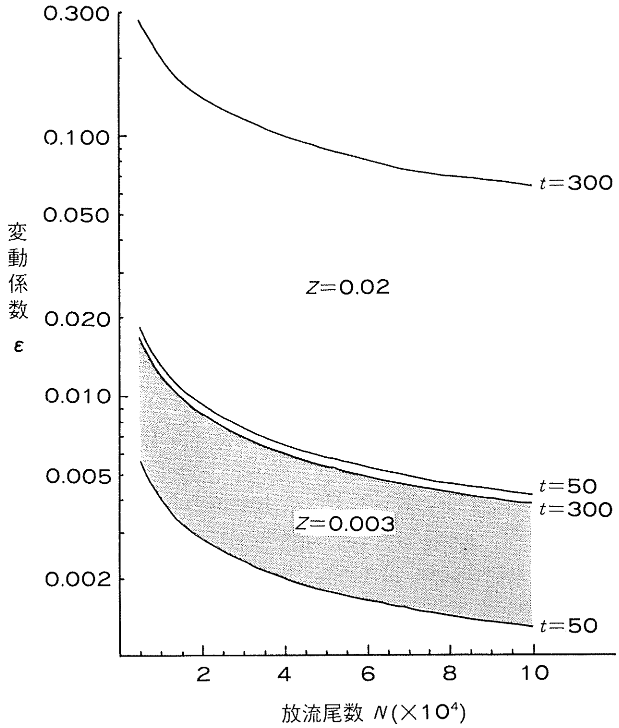

図 3　放流尾数と $N(t)$ の変動係数の関係

$t=200$ までの場合では ε は 10000 尾以上の N に対して 1% 以下である。しかし年齢組成から推定された Z は時間とともに変化している $Z(t)$ の平均的な値と考えられるので，季節によっては Z がもっと大きい期間もあるだろう*。この場合でもこの期間の長さはそれ程長くないので，放流尾数が多ければ問題はないと思われる。N が天然資源の場合は ε はもっと小さくなる。BEVERTON & HOLT[6] は彼等の有名な著作の第 1 章漁獲理論の基礎の中でこの点について示唆している。漁獲理論で deterministic な指数モデルが使われる背景はここにある。この点について MAY[7] も Pure birth process について述べている。このように指数モデルは十分に実用的であると考えられるので，実際に標識放流実験を行う場合の留意点はモデルの仮定をいかに満足させながらデータをとるかにつきる。即ち C.C.U. fishery が行われている期間にその海域で放流を行うこととし，放流場所も 1 つにせずに放流魚が漁場内に分散するよう配慮すべきである。

なお，F には再捕の報告もれや初期死亡が影響を与えるし，M には標識の脱落・埋没及び調査海域外への逸散が含まれる。これらのノイズをいかに小さくするかについても十分考慮する必要がある。

パーソナルコンピュータの普及に伴なって，ここで扱った問題に限らず，提供されたプログラムによって種々の解析を簡便に行うことが可能になりつつある。データがあれば何らかの答えは出るが，モデルの理解やデータの吟味が必要不可欠であることを再確認したい。

謝　　　辞

プログラムについて助言いただいた東海区水産研究所石岡清英氏，全国漁業協同組合連合会待場　純氏並びに指数モデルについて議論していただいた東京大学海洋研究所田中栄次氏に感謝する。

---

* 図 3 には $Z=0.02$ (年当り 7.3) の場合を示したが，このような大きな Z では漁業の維持は困難であり，現実にはあり得ないと考えられる。

文　　献

1) 北田修一 (1985) 標識放流再捕データからパラメータを推定する方法，その理論と応用の留意点，1 回放流連続再捕の場合. 日栽協研究資料，**28**: 20 pp.

2) 北田修一・平野勝臣 (1987) 期間毎の標識再捕データに基づく死亡係数の推定について. 日水誌，**53** (10): 1765-1770.

3) 北田修一 (1987) 標識再捕による放流効果の評価. 資源評価のための数値解析，恒星社厚生閣，東京: 102-117 pp.

4) KULLDORFF, G. (1961) Estimation from Grouped and Partially Grouped Samples. John Wiley & Sons, Inc., New York: 55-63 pp.

5) PAULIK, G. J. (1963) Estimates of mortality rates from tag recoveries. *Biometrics*, **19**: 28-57.

6) BEVERTON, R. J. H. and S. J. HOLT (1957) On the dynamics of exploited fish populations. *Fish. Invest.*, *Ser.* 2, U.K., 19: 533 pp.

7) MAY, R. M. (1973) Stability and Complexity in Model Ecosystems. Prinston University Press, New Jersey: 265 pp.

```
10     /CODE NIBUN
20     /打ち切りの標識再捕データからF, Mを推定するプログラム
30     /BY Syuiti Kitada 1987.5
40     Dim X(200) , N(200) , Q(2)
50     /INPUT
60           Input "期間の数          " ; K
70           Print
             Print
80           Print  期間の上限の日と再捕尾数を入力してください"
90           Print
100          For I = 1 to K
110             Print  using "###        " ; I ;
120             Input X(I) ; "        " ; N(I)
130             Print
140             Let N = N+N(I)
150          Next I
160          Let U = X(K)
170          Let D = 0
180          For I = 2 to K
190             Let D = D+N(I)*X(I-1)
200          Next I
210          Print
220    /JUDGE
230          Let W = 0
240          For I = 1 to K
250             Let W = W+N(I)*(X(I-1)+X(I))
260          Next I
270          If N(1) < N and W < N*U
                Goto  300
             Else  goto  820
280    /NUMERICAL SOLUTION
290          Print "この区間には解がないのでもう一度区間を入力してください"
300          Input "平均値を推定する区間の左端を入力してください  " ; G
310          Let P = G
320          Print
330          Gosub  850
340          Let FG = C-D-N*U/(exp(U/P)-1)
350          Input "平均値を推定する区間の右端を入力してください   " ; H
360          Let P = H
370          Print
             Print
380          Gosub  850
390          Let FH = C-D-N*U/(exp(U/P)-1)
400          Let KG = sgn(FG)
410          Let KH = sgn(FH)
420          If KG = 0 then
                Let P = G
                Goto  560
430          If KH = 0 then
                Let P = H
                Goto  560
440          If KG <> KH then  goto  450
             Else  goto  290
```

```
450        Let Q(1+KG) = G
460        Let Q(1+KH) = H
470        For V = 1 to 20
480           Let P = (Q(0)+Q(2))/2
490           Let X(0) = 0
500           Gosub  850
510           Let FP = C-D-N*U/(exp(U/P)-1)
520           Let KP = sgn(FP)
530           Let Q(1+KP) = P
540           If KP = 0 then  goto  560
550        Next V
560  / FOUND
570        Print "平均値の推定値は    " ; P
580        Print
590        Let R = 1-exp(-U/P)
600        Print "        期間    観測度数    期待度数        "
610        Print
620        For I = 1 to K
630           Let S = (1-exp(-X(I)/P))/R
640           Let T = (1-exp(-X(I-1)/P))/R
650           Let EX = N*(S-T)
660           Print  using "        ###      #####      #####.##" ; I ; N(I) ; EX
670           Print
680        Next I
690        Input "F, Mの推定を行いますか？（Y, N）" ; Y$
700        Print
710        If Y$ = "Y" then  goto  720
           Else  goto  800
720        Input "標識放流尾数は何尾ですか？    " ; N0
730        Print
           Print
740        Let F = N/(N0*P*(1-exp(-U/P)))
750        Let Z = 1/P
760        Let M = Z-F
770        Print "              F =" ,  using "#.######" ; F
780        Print "              M =" ,  using "#.######" ; M
790        Print "              Z =" ,  using "#.######" ; Z
800        End
810  /
820        Print "データが適当ではありません"
830        Goto  800
840  /SUBROUTINE
850        Let C = 0
860        For I = 1 to K
870           Let A = N(I)*(X(I)-X(I-1))
880           Let B = exp((X(I)-X(I-1))/P)-1
890           Let C = C+A/B
900        Next I
910        Return
```

計 算 例

(生データ) 放流尾数 1340

経過日数	再捕尾数	経過日数	再捕尾数
2	1	46	3
3	3	50	1
4	6	51	1
5	2	52	1
13	1	63	1
14	2	70	1
15	1	72	2
18	2	76	4
19	1	77	1
20	1	78	1
21	1	212	3
23	1	213	1
26	1	219	1
27	2	222	1
30	2	223	1
31	2	224	1
32	3	225	1
34	1	230	1
35	1	235	1
40	1	242	1
43	2	277	2
44	3	376	1
		合 計	71

(1) 20 日毎にデータをまとめ 80 日で打ち切って計算する.

(画面表示)

平均値の推定値は 80.9614

期間	観測度数	期待度数
1	20	19.52
2	15	15.25
3	11	11.91
4	10	9.30

観測度数と期待度数の一致が良いので生データは EP(80.96) からとられたものと仮定して解析して良いと判断する.

$F=0.000822$

$M=0.011529$

$Z=0.012351$

(2) 1 日毎のデータで 78 日で打ち切って計算する.

$F=0.000829$
$M=0.011326$
$Z=0.012155$
この値を採用する.